

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน	รหัสวิชา ค 23101
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3		ภาคเรียนที่ 1
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ฟังก์ชันกำลังสอง		เวลา 9 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ย่อยที่ 2 รูปแบบของฟังก์ชันกำลังสอง		เวลา 1 ชั่วโมง
เรื่อง รูปแบบของฟังก์ชันกำลังสอง		เวลา 1 ชั่วโมง
ม. 3/1 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....	ครูผู้สอน ว่าที่ร้อยตรีสิทธิชัย ใจสุข	
ม. 3/2 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....		
ม. 3/3 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....		

1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้

ค 1.2 ม.3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2. จุดประสงค์การเรียนรู้สู่ตัวชี้วัด

- นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างค่า a , h , k ของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ กับลักษณะของกราฟและจุดวกกลับจากการสำรวจได้ และสามารถอธิบายลักษณะของพาราโบลาคว่ำและพาราโบลาหงายได้ (K1)
- นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างค่า a , b , c ของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ กับลักษณะของกราฟและจุดวกกลับจากการสำรวจได้ และสามารถอธิบายลักษณะของพาราโบลาคว่ำและพาราโบลาหงายได้ (K2)
- นักเรียนสามารถจัดรูปความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ ให้อยู่ในรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ ได้ (K3)
- นักเรียนสามารถหาจุดยอดหรือจุดวกกลับของกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ หรือ รูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ ได้ (K4)

3. สาระสำคัญ

- ฟังก์ชันกำลังสองที่สามารถเขียนในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ หรือ รูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ มีกราฟของฟังก์ชันกำลังสองจะเป็นพาราโบลาหงาย เมื่อ $a > 0$ และเป็นพาราโบลาคว่ำ เมื่อ $a < 0$

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

- [PISA 1.2] การรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (รวมถึงกฎเกณฑ์ ความสัมพันธ์ และแบบรูป) ของปัญหาหรือสถานการณ์
- [PISA 1.5] การแสดงแทนสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์โดยการใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ และแบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม
- [PISA 2.3] การนำข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา
- [PISA 2.5] การสร้างแผนภาพ กราฟ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ และการสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากสิ่งเหล่านั้น

5. สารการเรียนรู้

1. ฟังก์ชันกำลังสอง จะอยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ หรือรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$

2. ฟังก์ชันกำลังสองในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ จะมีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k)

รูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ จะมีจุดยอดอยู่ที่จุด $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$

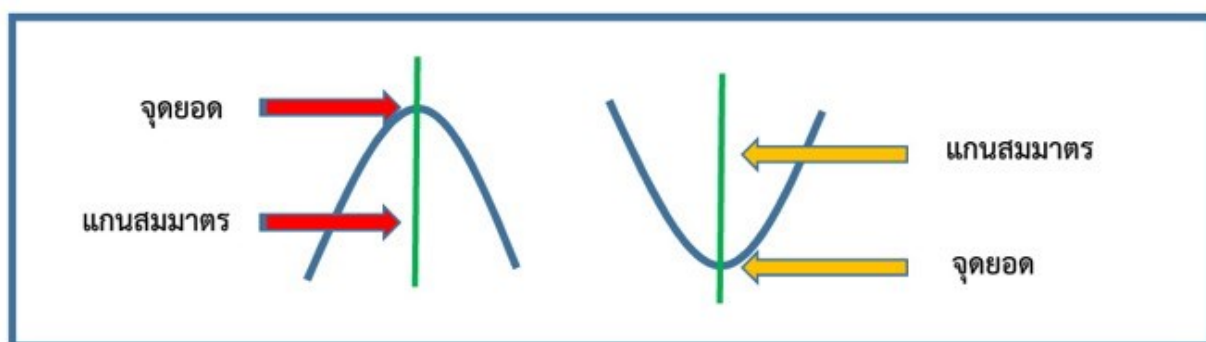
6. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนเรื่อง รูปแบบความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปของฟังก์ชันกำลังสอง
2. ครูนำเสนอกิจกรรม การเล่นเกมกระโดดเชือก โดยใช้รูปภาพหรือคลิปวิดีโอ แล้วให้นักเรียนสังเกต ลักษณะของเชือกที่แกว่ง
3. ครูตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น ตัวอย่างเช่น ในการเล่นเกมกระโดดเชือก ต้องการให้เชือกแตะพื้นพอดีนักเรียนที่จับเชือกทั้งสองด้านควรยืนห่างกันเท่าใด

ขั้นสอน

4. ครูแนะนำส่วนต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับกราฟของฟังก์ชันกำลังสองหรือพาราโบลา ดังรูป



5. ครูให้นักเรียนสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างค่า a, h, k ของฟังก์ชันกำลังสอง ที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ กับลักษณะของกราฟและจุดวกกลับ โดยใช้แอปพลิเคชัน GeoGebra, GSP หรือ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ

5.1) ปรับค่า a แล้วสังเกตการเปลี่ยนแปลงของพาราโบลาพร้อมทั้งสร้างข้อคาดการณ์เกี่ยวกับลักษณะของพาราโบลา เมื่อค่า a เปลี่ยนแปลงไป

5.2) ปรับค่า h แล้วสังเกตการเปลี่ยนแปลงของพาราโบลาพร้อมทั้งสร้างข้อคาดการณ์เกี่ยวกับลักษณะของพาราโบลา เมื่อค่า h เปลี่ยนแปลงไป

5.3) ปรับค่า k แล้วสังเกตการเปลี่ยนแปลงของพาราโบลาพร้อมทั้งสร้างข้อคาดการณ์เกี่ยวกับลักษณะของพาราโบลา เมื่อค่า k เปลี่ยนแปลงไป

5.4) ปรับค่าคงตัว $a = 1, h = 2, k = 2$ แล้วให้นักเรียนสำรวจคู่อันดับที่อยู่บนกราฟ 3 – 5 คู่อันดับ

6. ครูให้นักเรียนสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างค่า a, b, c ของฟังก์ชันกำลังสอง ที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = ax^2 + bx + c$ กับลักษณะของกราฟและจุดวกกลับ โดยใช้แอปพลิเคชัน GeoGebra, GSP หรือ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ

6.1) ปรับค่า a แล้วสังเกตการเปลี่ยนแปลงของพาราโบลาพร้อมทั้งสร้างข้อคาดการณ์เกี่ยวกับลักษณะของพาราโบลา เมื่อค่า a เปลี่ยนแปลงไป

6.2) ปรับค่า b แล้วสังเกตการเปลี่ยนแปลงของพาราโบลาพร้อมทั้งสร้างข้อคาดการณ์เกี่ยวกับลักษณะของพาราโบลา เมื่อค่า b เปลี่ยนแปลงไป

6.3) ปรับค่า c แล้วสังเกตการเปลี่ยนแปลงของพาราโบลาพร้อมทั้งสร้างข้อคาดการณ์เกี่ยวกับลักษณะของพาราโบลา เมื่อค่า c เปลี่ยนแปลงไป

6.4) ปรับค่าคงตัว $a = 1$, $b = -4$, $c = 6$ แล้วให้นักเรียนสำรวจคู่อันดับที่อยู่บนกราฟนี้กับคู่อันดับที่ได้จากข้อ 5.4 เหมือนหรือต่างกันหรือไม่ อย่างไร

ขั้นสรุป

7. ครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อสรุปบทเรียน ซึ่งควรสรุปได้ดังนี้

(1) กราฟของฟังก์ชันกำลังสองทั้งในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ และรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ จะเป็นพาราโบลาหงาย เมื่อ $a > 0$ และเป็นพาราโบลาคว่ำ เมื่อ $a < 0$

(2) กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ จะมีจุดยอดหรือจุดวกกลับอยู่ที่จุด (h, k) และกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ จะมีจุดยอดหรือจุดวกกลับอยู่ที่จุด $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$

7. สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 1
- แอปพลิเคชัน GeoGebra หรือ <https://www.geogebra.org>

8. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	ชิ้นงาน/ ภาระงาน	วิธีการ ประเมิน	เครื่องมือ การประเมิน	ผู้ ประเมิน	เกณฑ์ ประเมิน
1. นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างค่า a, h, k ของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ กับลักษณะของกราฟและจุดวกกลับจากการสำรวจได้และสามารถอธิบายลักษณะของพาราโบลาคว่ำและพาราโบลาหงายได้	ใบกิจกรรม ที่ 3	ตรวจใบ งาน/สังเกต พฤติกรรม/ ให้คะแนน	แบบ ประเมิน ใบงาน/แบบ ประเมิน พฤติกรรม	ครู	ผ่าน เกณฑ์ ร้อยละ 50
2. นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างค่า a, b, c ของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ กับลักษณะของกราฟและจุดวกกลับจากการสำรวจได้ และสามารถอธิบายลักษณะของพาราโบลาคว่ำและพาราโบลาหงายได้	ใบกิจกรรม ที่ 3	ตรวจใบ งาน/สังเกต พฤติกรรม/ ให้คะแนน	แบบ ประเมิน ใบงาน/แบบ ประเมิน พฤติกรรม	ครู	ผ่าน เกณฑ์ ร้อยละ 50

จุดประสงค์การเรียนรู้	ชิ้นงาน/ ภาระงาน	วิธีการ ประเมิน	เครื่องมือ การประเมิน	ผู้ ประเมิน	เกณฑ์ ประเมิน
3. นักเรียนสามารถจัดรูปความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ ให้อยู่ในรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ ได้	ใบกิจกรรม ที่ 3	ตรวจใบ งาน/สังเกต พฤติกรรม/ ให้คะแนน	แบบ ประเมิน ใบงาน/แบบ ประเมิน พฤติกรรม	ครู	ผ่าน เกณฑ์ ร้อยละ 50
4. นักเรียนสามารถหาจุดยอดหรือจุดวกกลับของกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ หรือ รูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ ได้	ใบกิจกรรม ที่ 3	ตรวจใบ งาน/สังเกต พฤติกรรม/ ให้คะแนน	แบบ ประเมิน ใบงาน/แบบ ประเมิน พฤติกรรม	ครู	ผ่าน เกณฑ์ ร้อยละ 50

เกณฑ์การประเมิน

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
1. นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างค่า a , h , k ของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ กับลักษณะของกราฟและจุดวกกลับและสามารถอธิบายลักษณะของพาราโบลาคว่ำและพาราโบลาหงายได้	บอกความสัมพันธ์ระหว่างค่า a , h , k กับลักษณะของกราฟและจุดวกกลับและสามารถอธิบายลักษณะของพาราโบลาคว่ำและพาราโบลาหงายได้ครบถ้วน	บอกความสัมพันธ์ระหว่างค่า a , h , k กับลักษณะของกราฟและจุดวกกลับและสามารถอธิบายลักษณะของพาราโบลาคว่ำและพาราโบลาหงายได้ 2-3 คำตอบ	บอกความสัมพันธ์ระหว่างค่า a , h , k กับลักษณะของกราฟและจุดวกกลับและสามารถอธิบายลักษณะของพาราโบลาคว่ำและพาราโบลาหงายได้ 1 คำตอบ	มีร่องรอยของความพยายามหาความสัมพันธ์ระหว่างค่า a , h , k กับลักษณะของกราฟและจุดวกกลับ
2. นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างค่า a , b , c ของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ กับลักษณะของกราฟและจุดวกกลับและสามารถอธิบายลักษณะของพาราโบลาคว่ำและพาราโบลาหงายได้	บอกความสัมพันธ์ระหว่างค่า a , b , c กับลักษณะของกราฟและจุดวกกลับและสามารถอธิบายลักษณะของพาราโบลาคว่ำและพาราโบลาหงายได้ครบถ้วน	บอกความสัมพันธ์ระหว่างค่า a , b , c กับลักษณะของกราฟและจุดวกกลับและสามารถอธิบายลักษณะของพาราโบลาคว่ำและพาราโบลาหงายได้ 2 - 3 คำตอบ	บอกความสัมพันธ์ระหว่างค่า a , b , c กับลักษณะของกราฟและจุดวกกลับและสามารถอธิบายลักษณะของพาราโบลาคว่ำและพาราโบลาหงายได้ 1 คำตอบ	มีร่องรอยของความพยายามหาความสัมพันธ์ระหว่างค่า a , b , c กับลักษณะของกราฟและจุดวกกลับ

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
3. นักเรียนสามารถจัดรูปความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ ให้อยู่ในรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ ได้	จัดรูปความสัมพันธ์ของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ ให้อยู่ในรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ ได้ถูกต้องครบถ้วน	จัดรูปความสัมพันธ์ของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ ให้อยู่ในรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ ได้ 2 ตัวแปร	จัดรูปความสัมพันธ์ของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ ให้อยู่ในรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ ได้ 1 ตัวแปร	มีร่องรอยของความพยายามจัดรูปความสัมพันธ์ของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ ให้อยู่ในรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$
4. นักเรียนสามารถหาจุดยอดหรือจุดวกกลับของกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ หรือรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ ได้	หาจุดยอดหรือจุดวกกลับของความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปของฟังก์ชันกำลังสอง $y = a(x - h)^2 + k$ หรือ $y = ax^2 + bx + c$ ได้ถูกต้องครบถ้วน	หาจุดยอดหรือจุดวกกลับของความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปของฟังก์ชันกำลังสอง $y = a(x - h)^2 + k$ หรือ $y = ax^2 + bx + c$ ได้ 2 ตัวแปร	หาจุดยอดหรือจุดวกกลับของความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปของฟังก์ชันกำลังสอง $y = a(x - h)^2 + k$ หรือ $y = ax^2 + bx + c$ ได้ 1 ตัวแปร	มีร่องรอยของความพยายามหาจุดยอดหรือจุดวกกลับของความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปของฟังก์ชันกำลังสอง $y = a(x - h)^2 + k$ หรือ $y = ax^2 + bx + c$

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีมาก

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง

9. บันทึกผลหลังการสอน

9.1 สรุปผลการเรียนการสอน

นักเรียนจำนวน.....คน

ผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้.....คน

ไม่ผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้.....คน

คิดเป็นร้อยละ.....

คิดเป็นร้อยละ.....

ได้แก่ 1.

2.

นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

ได้แก่ 1.

2.

9.2 ปัญหา/อุปสรรค

.....

.....

9.3 แนวทางแก้ไข/แนวทางการพัฒนา

.....

.....

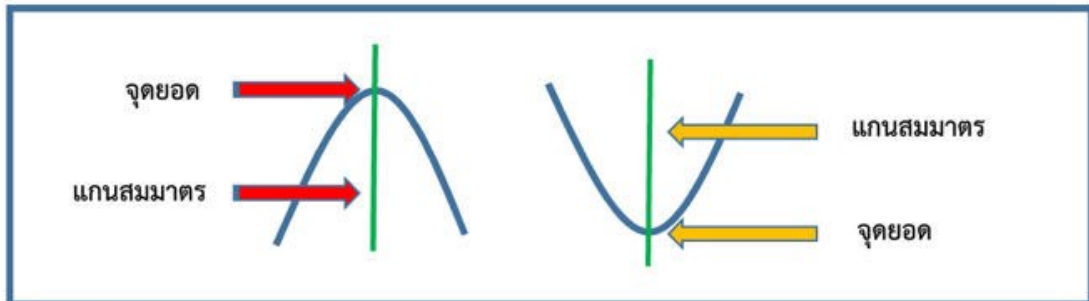
ลงชื่อ.....ว่าที่ ร.ต.

(สิทธิชัย ใจสุข)

ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการ

ใบกิจกรรมที่ 3 กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

ฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ หรือรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ สามารถเขียนกราฟได้ ดังรูป



กิจกรรมที่ 1 สํารวจกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

คำชี้แจง ให้นักเรียนเข้าเว็บไซต์ <https://www.geogebra.org> เพื่อเข้าสู่ GeoGebra Math Apps และ ค้นหาว่า ...

- ให้นักเรียนปรับค่าคงตัวของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ โดยใช้ปุ่ม slider โดยปรับค่า a , h และ k ทีละค่าตามลำดับ

1.1 เมื่อปรับค่า a ลักษณะของกราฟ เปลี่ยนแปลงอย่างไร

ตอบ.....
.....
.....

1.2 เมื่อปรับค่า h ลักษณะของกราฟ เปลี่ยนแปลงอย่างไร

ตอบ.....
.....
.....

1.3 เมื่อปรับค่า k ลักษณะของกราฟ เปลี่ยนแปลงอย่างไร

ตอบ.....
.....
.....

2. ให้นักเรียนปรับค่าคงตัวของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ โดยใช้ปุ่ม slider โดยให้ปรับค่า $a = 1$, $h = 2$ และ $k = 2$ ตามลำดับ และสำรวจคู่อันดับของจุดที่อยู่บนกราฟ 3 – 5 คู่อันดับ

x							
y							

3. ให้นักเรียนปรับค่า h และ k ตามที่กำหนดไว้ในตารางพร้อมทั้งบอกพิกัดของจุดยอดของฟังก์ชันกำลังสองที่อ่านค่าได้

ค่า h	-3	-2	-1	0	1	2	3
ค่า k	4	-2	0	3	3	-3	1
จุดยอดของกราฟ							

จากข้อมูลในตาราง ความสัมพันธ์ระหว่าง ค่า h ค่า k กับจุดยอดของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันหรือไม่ อย่างไร

ตอบ.....

กิจกรรมที่ 2 สํารวจกราฟฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$

คำชี้แจง ให้นักเรียนเข้าเว็บไซต์ <https://www.geogebra.org> เพื่อเข้าสู่ GeoGebra Math Apps และค้นหาคำว่า ...

- ให้นักเรียนปรับค่าคงตัวของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = ax^2 + bx + c$ โดยใช้ปุ่ม slider โดยปรับค่า a , b และ c ทีละค่าตามลำดับ

1.1 เมื่อปรับค่า a ลักษณะของกราฟ เปลี่ยนแปลงอย่างไร

ตอบ.....
.....
.....

1.2 เมื่อปรับค่า b ลักษณะของกราฟ เปลี่ยนแปลงอย่างไร

ตอบ.....
.....
.....

1.3 เมื่อปรับค่า c ลักษณะของกราฟ เปลี่ยนแปลงอย่างไร

ตอบ.....
.....
.....

- ให้นักเรียนปรับค่าคงตัวของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ โดยใช้ปุ่ม slider โดยปรับให้ค่า $a = 1$, $b = -4$ และ $c = 6$ และเปรียบเทียบหาความสัมพันธ์กับคู่อันดับที่ได้ในกิจกรรมที่ 1

x							
y							

ตอบ

.....

.....

3. ให้นักเรียนปรัค่า a , b และ c ตามที่กำหนดไว้ในตารางพร้อมทั้งบอกพิกัดของจุดยอดของฟังก์ชันกำลังสองที่อ่านค่าได้

ค่า a	-1	1	1	1	2	-2	3
ค่า b	0	2	4	6	-4	-4	6
ค่า c	1	5	2	9	2	-3	4
ค่า $-\frac{b}{2a}$							
ค่า $\frac{4ac - b^2}{4a}$							
จุดยอดของกราฟ							

จากข้อมูลในตาราง ความสัมพันธ์ระหว่าง ค่า a กับลักษณะของกราฟ และความสัมพันธ์ระหว่างค่า

$-\frac{b}{2a}$ และ ค่า $\frac{4ac - b^2}{4a}$ กับจุดยอดของฟังก์ชันกำลังสองมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ อย่างไร

ตอบ

.....

.....

.....

กิจกรรมที่ 3 สำนวความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงตัวของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน

$y = a(x - h)^2 + k$ กับรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$

1. ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงตัวของฟังก์ชันกำลังสองในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ กับรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$

ตอบ

.....

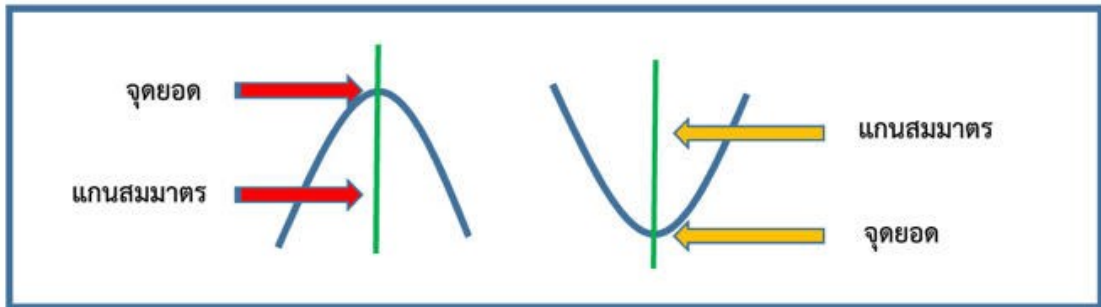
.....

.....

จะพบว่า $h = \dots\dots\dots$ และ $k = \dots\dots\dots$

เฉลยใบกิจกรรมที่ 3 กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

ฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ หรือรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ สามารถเขียนกราฟได้ ดังรูป



กิจกรรมที่ 1 ตรวจสอบกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

คำชี้แจง ให้นักเรียนเข้าเว็บไซต์ <https://www.geogebra.org> เพื่อเข้าสู่ GeoGebra Math Apps และค้นหาคำว่า ...

1. ให้นักเรียนปรับค่าคงตัวของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ โดยใช้ปุ่ม slider โดยปรับค่า a , h และ k ทีละค่าตามลำดับ
 - 1.1 เมื่อปรับค่า a ลักษณะของกราฟ เปลี่ยนแปลงอย่างไร
ตอบ เมื่อปรับค่า a ลักษณะของกราฟจะเปลี่ยนแปลงความกว้างของกราฟ โดยแบ่งเป็น 2 กรณีคือ
(1) $a > 0$ กราฟจะเป็นกราฟหงาย โดยเมื่อปรับค่า a มากขึ้น กราฟจะกว้างมากขึ้น
(2) $a < 0$ กราฟจะเป็นกราฟคว่ำ โดยเมื่อปรับค่า a มากขึ้น กราฟจะค่อย ๆ แคบลง
 - 1.2 เมื่อปรับค่า h ลักษณะของกราฟ เปลี่ยนแปลงอย่างไร
ตอบ เมื่อปรับค่า h จุดยอดของกราฟจะเปลี่ยนไป โดยเมื่อปรับค่า h เพิ่มมากขึ้นจุดยอดของกราฟจะเลื่อนไปทางขวามือและเมื่อปรับค่า h ลดลงจุดยอดของกราฟจะเลื่อนไปทางซ้ายมือ
 - 1.3 เมื่อปรับค่า k ลักษณะของกราฟ เปลี่ยนแปลงอย่างไร
ตอบ เมื่อปรับค่า k จุดยอดของกราฟจะเปลี่ยนไป โดยเมื่อปรับค่า k เพิ่มมากขึ้นจุดยอดของกราฟจะเลื่อนขึ้นบน และเมื่อปรับค่า k ลดลงจุดยอดของกราฟจะเลื่อนลง

2. ให้นักเรียนปรับค่าคงตัวของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ โดยใช้ปุ่ม slider โดยให้ปรับค่า $a = 1$, $h = 2$ และ $k = 2$ ตามลำดับ และสำรวจคู่อันดับของจุดที่อยู่บนกราฟ 3 – 5 คู่อันดับ

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	27	18	11	6	3	2	3

3. ให้นักเรียนปรับค่า h และ k ตามที่กำหนดไว้ในตารางพร้อมทั้งบอกพิกัดของจุดยอดของฟังก์ชันกำลังสองที่อ่านค่าได้

ค่า h	-3	-2	-1	0	1	2	3
ค่า k	4	-2	0	3	3	-3	1
จุดยอดของกราฟ	(-3, 4)	(-2, -2)	(-1, 0)	(0, 3)	(1, 3)	(2, -3)	(3, 1)

จากข้อมูลในตาราง ความสัมพันธ์ระหว่าง ค่า h ค่า k กับจุดยอดของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันหรือไม่ อย่างไร

ตอบ ฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x-h)^2 + k$ จะมีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k)

กิจกรรมที่ 2 สํารวจกราฟฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$

คำชี้แจง ให้นักเรียนเข้าเว็บไซต์ <https://www.geogebra.org> เพื่อเข้าสู่ GeoGebra Math Apps และค้นหาคำว่า ...

1. ให้นักเรียนปรับค่าคงตัวของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = ax^2 + bx + c$ โดยใช้ปุ่ม slider โดยปรับค่า a , b และ c ทีละค่าตามลำดับ

1.1 เมื่อปรับค่า a ลักษณะของกราฟ เปลี่ยนแปลงอย่างไร

ตอบ เมื่อปรับค่า a ลักษณะของกราฟจะเปลี่ยนแปลงความกว้างของกราฟ โดยแบ่งเป็น 2 กรณีคือ

(1) $a > 0$ กราฟจะเป็นกราฟหงาย โดยเมื่อปรับค่า a มากขึ้น กราฟจะกว้างมากขึ้น

(2) $a < 0$ กราฟจะเป็นกราฟคว่ำ โดยเมื่อปรับค่า a มากขึ้น กราฟจะค่อย ๆ แคบลง

1.2 เมื่อปรับค่า b ลักษณะของกราฟ เปลี่ยนแปลงอย่างไร

ตอบ เมื่อปรับ ค่า b กราฟจะเลื่อนไปใน 2 กรณี คือ

(1) $b > 0$ จุดยอดของกราฟจะค่อย ๆ เลื่อนต่ำลงมา

(2) $b < 0$ กราฟจะค่อยเลื่อนสูงขึ้น

1.3 เมื่อปรับค่า c ลักษณะของกราฟ เปลี่ยนแปลงอย่างไร

ตอบ เมื่อปรับ ค่า c จุดยอดของกราฟจะเปลี่ยนไป โดยเมื่อปรับค่า c เพิ่มมากขึ้นจุดยอดของกราฟจะเลื่อนขึ้นบน และเมื่อปรับค่า c ลดลงจุดยอดของกราฟจะเลื่อนลง

2. ให้นักเรียนปรับค่าคงตัวของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ โดยใช้ปุ่ม slider โดยปรับให้ค่า $a = 1$, $b = -4$ และ $c = 6$ และเปรียบเทียบหาความสัมพันธ์กับคู่อันดับที่ได้ในกิจกรรมที่ 1

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	27	18	11	6	3	2	3

ตอบ จากการสำรวจที่ได้พบว่าจุดที่ได้เป็นจุดเดียวกัน ดังนั้นกราฟ $y = (x-2)^2 + 2$ และกราฟ $y = x^2 + 4x + 6$ เป็นกราฟเดียวกันและสามารถเลื่อนมาทับกันสนิทได้พอดี

3. ให้นักเรียนปรับค่า a , b และ c ตามที่กำหนดไว้ในตารางพร้อมทั้งบอกพิกัดของจุดยอดของฟังก์ชันกำลังสองที่อ่านค่าได้

ค่า a	-1	1	1	1	2	-2	3
ค่า b	0	2	4	6	-4	-4	6
ค่า c	1	5	2	9	2	-3	4
ค่า $-\frac{b}{2a}$	0	-1	-2	-3	4	-4	-9
ค่า $\frac{4ac-b^2}{4a}$	1	4	-2	0	0	-4	9
จุดยอดของกราฟ	(0, 1)	(-1, 4)	(-2, -2)	(-3, 0)	(4, 0)	(-4, -4)	(-9, 9)

จากข้อมูลในตาราง ความสัมพันธ์ระหว่าง ค่า a กับลักษณะของกราฟ และความสัมพันธ์ระหว่างค่า

$-\frac{b}{2a}$ และ ค่า $\frac{4ac-b^2}{4a}$ กับจุดยอดของฟังก์ชันกำลังสองมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ อย่างไร

ตอบ เมื่อ $a > 0$ กราฟจะเป็นกราฟหงาย และ เมื่อ $a < 0$ กราฟจะเป็นกราฟคว่ำ

ค่า $h = -\frac{b}{2a}$, $k = \frac{4ac-b^2}{4a}$ และ ฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$

มีจุดยอดอยู่ที่จุด $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$

กิจกรรมที่ 3 ตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงตัวของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน

$y = a(x-h)^2 + k$ กับรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$

2. ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงตัวของฟังก์ชันกำลังสองในรูปมาตรฐาน $y = a(x-h)^2 + k$ กับรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$

ตอบ จาก $y = a(x-h)^2 + k$
 $y = a(x^2 - 2xh + h^2) + k = ax^2 - 2axh + ah^2 + k$
 $y = ax^2 + (-2ah)x + (ah^2 + k)$
 จะได้ว่า $b = -2ha$ ดังนั้น $h = -\frac{b}{2a}$
 และ $c = ah^2 + k$ ดังนั้น $k = c - ah^2 = c - a(-\frac{b}{2a})^2 = \frac{4ac-b^2}{4a}$

จะพบว่า $h = -\frac{b}{2a}$ และ $k = \frac{4ac-b^2}{4a}$